

Cours 1 - Premiers pas en 3D

Xavier Décoret - INF583 – École Polytechnique

Disclaimer

- ▶ Attention, c'est le cours
 - ▶ le plus difficile
 - ▶ le plus important
- ▶ Il y a beaucoup de “on verra plus tard”
- ▶ C'est le “canvas” sur lequel ancrer les connaissances

Overview

- ▶ **Représentation du monde**
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ **Obtention d'une image**
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

Overview

- ▶ **Représentation du monde**

- ▶ maillages
- ▶ coordonnées homogènes
- ▶ matrices de transformation

- ▶ **Obtention d'une image**

- ▶ modèle de caméra
- ▶ ray-tracing
- ▶ rasterisation
- ▶ découverte de l'API

Représentation du monde

- ▶ **Notion de modèle**
 - ▶ représenter un objet à manipuler
 - ▶ modèles réduits, maquettes
 - ▶ visualisation et édition
 - ▶ abstraire la réalité
 - ▶ simplifier/idéaliser le problème
 - ▶ réduire/identifier les paramètres

- ▶ **Types de modèles?**
 - ▶ modèles mathématiques
 - ▶ classes d'objets représentables
 - ▶ modèles numériques
 - ▶ valeurs décrivant un objet particulier

Spécificité de l'informatique

▶ Le modèle doit être constructif

▶ ex: la suite des nombres premiers

■ en math

- définition par des propriétés
- manipulation par des théorèmes

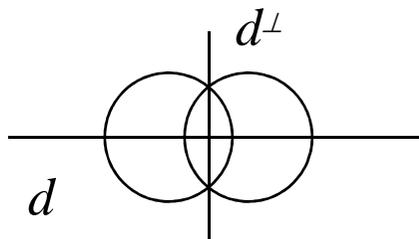
■ en info

- on veut leurs valeurs!

▶ ex: droite perpendiculaire à une autre

■ en math

- règle et compas



modèle du compas et de la règle

■ en info

- coordonnées 2D

$$D(M, \text{rot}(\frac{\pi}{2}, \vec{v}))$$

The diagram shows a 2D coordinate system with a horizontal axis and a vertical axis. A horizontal line is labeled $D(M, \vec{v})$. A vertical line passes through the origin, representing the perpendicular line.

Application au graphisme (1 / 2)

- ▶ Que faut-il modéliser?
 - ▶ la forme des objets
 - ▶ l'apparence des objets
 - ▶ matériaux
 - ▶ ombres
 - ▶ plus généralement, les interaction lumineuses
 - ▶ la “physique”
 - ▶ mouvements
 - ▶ collisions
 - ▶ déformations

Application au graphisme (2/2)

- ▶ **Quelles sont les contraintes?**
 - ▶ modèle **puissant** permettant:
 - ▶ de représenter une large classe d'objets
 - ▶ de créer des objets complexes à partir d'objets simples
 - ▶ modèle **intuitif** permettant
 - ▶ d'éditer le modèle
 - ▶ d'animer des parties du modèle
 - ▶ modèle **efficace**
 - ▶ peu coûteux en mémoire
 - ▶ rapide à afficher / à traiter

Conclusion

- ▶ Il n'y a pas un mais des modèles!
- ▶ On verra principalement les maillages
 - ▶ PGCD des différents modèles
 - ▶ Adapté au cartes accélératrices 3D
 - ▶ Plutôt intuitif
 - ▶ Massivement utilisé
- ▶ On en verra d'autres plus tard
 - ▶ *Modélisation à base de point*
 - ▶ *Modélisation à base d'image*
 - ▶ *Modélisation procédurale*
 - ▶ *Surfaces paramétrées*

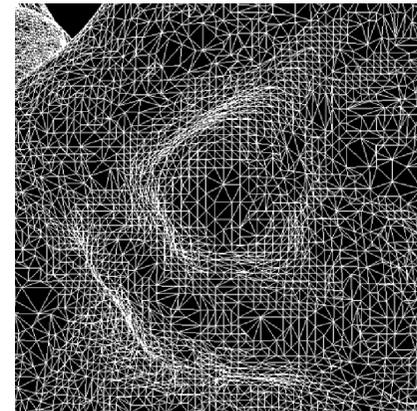
Overview

- ▶ Représentation du monde
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ Obtention d'une image
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

Maillages

- ▶ Ensemble de sommets et de faces
 - ▶ sommet (*vertex/vertices*)
 - ▶ ensemble d'attributs dont une position 3D
 - ▶ faces (*face, facets*)
 - ▶ relie les points
 - ▶ a deux "côtés"
 - ▶ l'orientation compte
 - ▶ doit être convexe
 - ▶ peut se ramener aux triangles

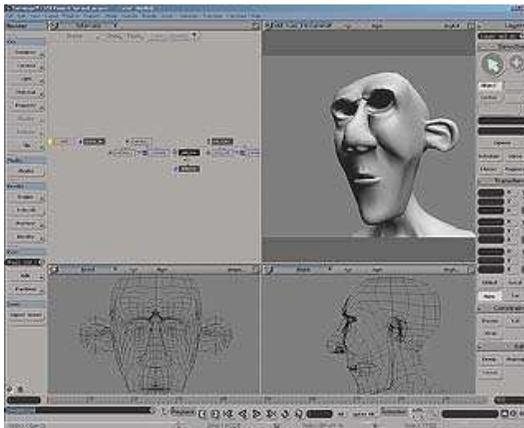


Authoring

- ▶ Avec un système de scan 3D



- ▶ Avec un outil de DCC (*Digital Content Creation*)



Overview

- ▶ Représentation du monde
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ Obtention d'une image
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

Coordonnées homogènes

- ▶ Espace projectif \mathbb{P}^3

- ▶ Espace quotient sur \mathbb{R}^4 pour la relation d'équivalence

$$(x, y, z, w) \equiv (x', y', z', w') \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right) = \left(\frac{x'}{w'}, \frac{y'}{w'}, \frac{z'}{w'}\right) \text{ si } w \neq 0 \\ (x, y, z) = (x', y', z') \text{ si } w = 0 \end{cases}$$

- ▶ Contient \mathbb{R}^3 plus les points à l'infini

- ▶ À quoi ça sert?

- ▶ Unifier les calculs géométriques
- ▶ Permettre des interpolations

} Cf. plus loin dans le cours

Overview

- ▶ Représentation du monde
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ Obtention d'une image
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

Transformation

- ▶ **Pourquoi?**
 - ▶ Utilisation de repères locaux
 - ▶ Instanciation
- ▶ **Lesquelles?**
 - ▶ Rigide: translation & rotation
 - ▶ Autres: mise à l'échelle, *shear*
 - ▶ Et plus dans un instant...
- ▶ **Quelle représentation?**
 - ▶ Matrice 4x4

Représentation par matrice 4x4

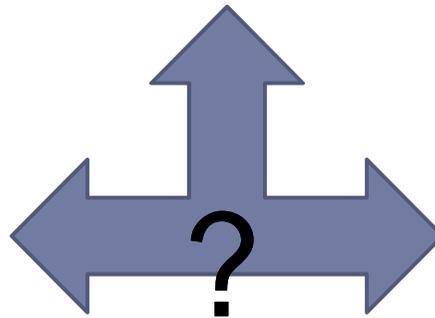
► Attention à “l’orientation”

► *Row order vs. column order*

```
float M[16] = { a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p };  
float M[4][4] = { {a,b,c,d },  
                  {e,f,g,h },  
                  {i,j,k,l },  
                  {m,n,o,p } };
```

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

Row order


$$\begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix}$$

Column order

Représentation par matrice 4x4

▶ Attention à “l’orientation”

- ▶ *Row order vs. column order*
- ▶ Anglo saxons et Français

t une transformation de matrice

$$\begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix}$$

v un point de coordonnées

$$(x, y, z, w)$$

coordonnées de $t(v)$?

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \quad ? \quad \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

Représentation par matrice 4x4

▶ Attention à “l’orientation”

- ▶ Voici la convention/cohérence choisie

```
float M[16] = { a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p };  
float M[4][4] = { {a,b,c,d },  
                  {e,f,g,h },  
                  {i,j,k,l },  
                  {m,n,o,p } };
```



$$M = \begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix}$$

coordonnées de $t(v)$



$$\begin{bmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

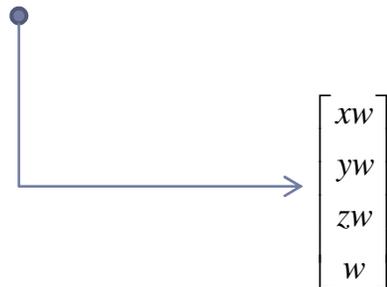
Représentation par matrice 4x4

- ▶ Permet les transformations précédentes

Translation par (a,b,c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P(x,y,z)



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} xw+aw \\ yw+bw \\ zw+cw \\ w \end{bmatrix}$$

P(x+a,y+b,z+c)

```
float M[4][4] = { {1,0,0,0},  
                  {0,1,0,0},  
                  {0,0,1,0},  
                  {a,b,c,1}  
                };
```

```
float P[4] = {xw,yw,zw,w};
```

Représentation par matrice 4x4

- ▶ Permet les transformations précédentes

Translation par (a,b,c)

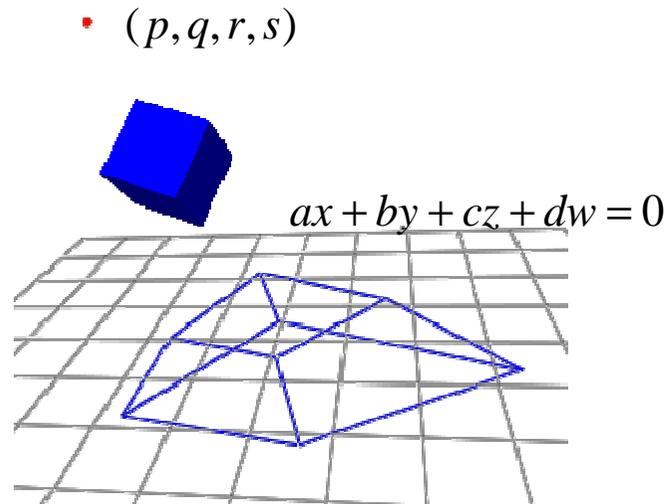
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotation de α autour de (x,y,z)

$$\begin{matrix} c = \cos(\alpha) \\ s = \sin(\alpha) \end{matrix} \begin{bmatrix} x^2(1-c) + c & xy(1-c) + zs & xz(1-c) + ys & 0 \\ yx(1-c) - zs & y^2(1-c) + c & yz(1-c) - xs & 0 \\ zx(1-c) - ys & zy(1-c) + xs & z^2(1-c) + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Représentation par matrice 4x4

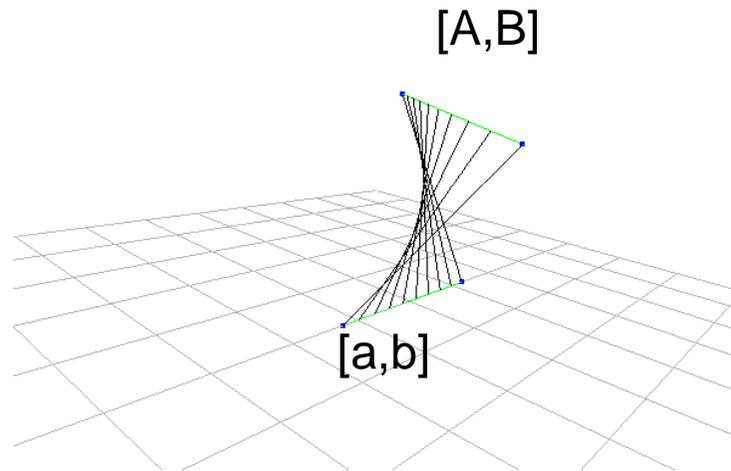
- ▶ Permet plus encore
 - ▶ Projection sur un plan depuis un point (ou une direction)



$$M = [abcd]^T \times [pqrs] - [abcd] \times [pqrs]^T I$$

Représentation par matrice 4x4

- ▶ Permet plus encore
 - ▶ Transformation d'un segment en un autre



$$M = u^T ab + ab^T \times (a - (A \cdot u)ab)$$
$$u = \frac{AB}{|AB|^2}$$

Les vecteurs u, ab, a et A sont des coordonnées homogènes avec $w=0$ pour u et ab , et avec $w=1$ pour a et A

Overview

- ▶ Représentation du monde
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ **Obtention d'une image**
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

Obtention d'une image

Ray-tracing

- ▶ On part de la caméra et on regarde quelles parties de la scène elle voit.

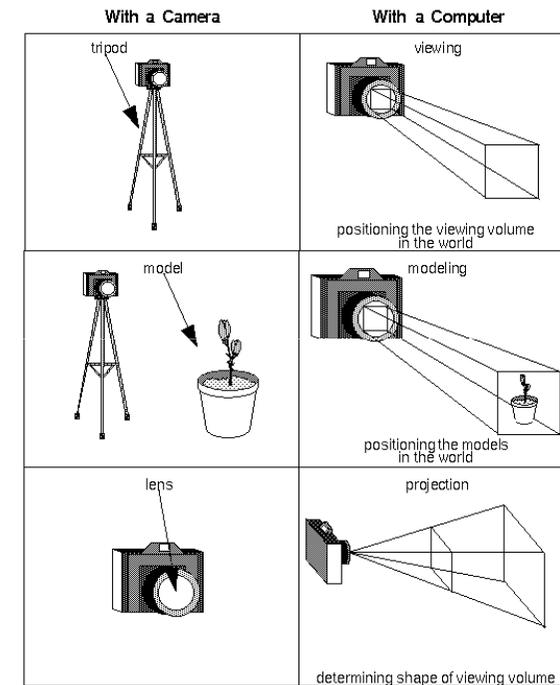
Rasterisation

- ▶ On part de la scène et on la projette sur l'écran de la caméra

Caméra *pinhole*

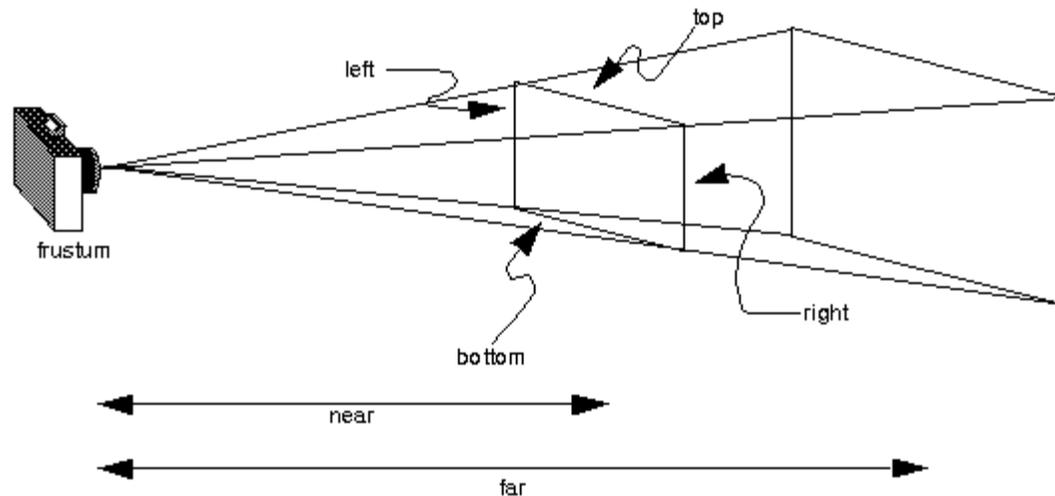
▶ Paramètres intrinsèques et extrinsèques

- ▶ Position/orientation
- ▶ Pyramide de vue (*view frustum*)



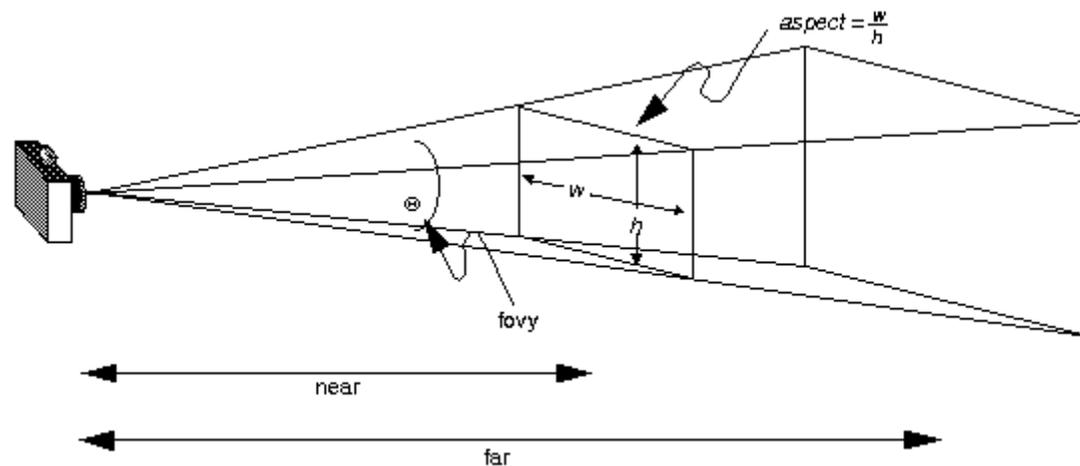
Caméra *pinhole*

- ▶ Paramètres intrinsèques et extrinsèques
 - ▶ Position/orientation
 - ▶ Pyramide de vue (*view frustum*)



Caméra *pinhole*

- ▶ Paramètres intrinsèques et extrinsèques
 - ▶ Position/orientation
 - ▶ Pyramide de vue (*view frustum*)



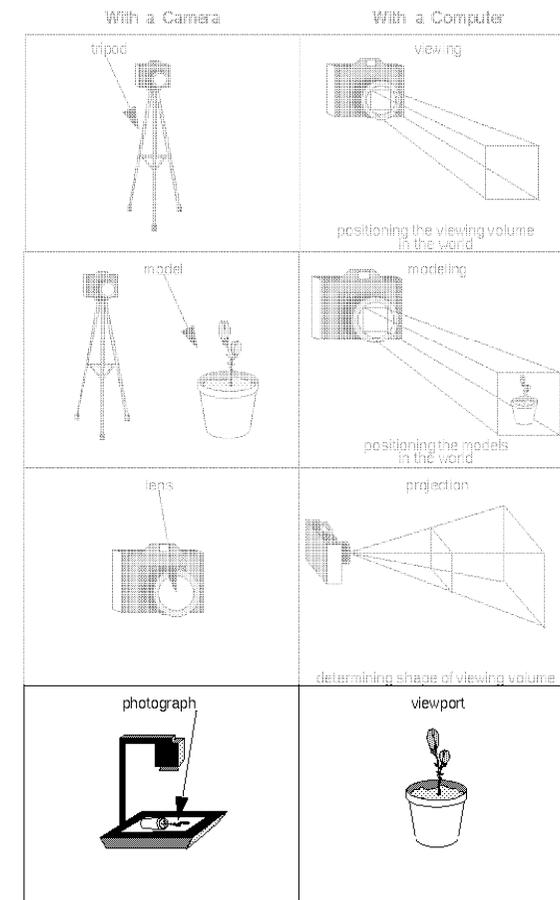
Caméra *pinhole*

▶ Modélisé par deux matrices 4x4

- ▶ *View* : place la caméra dans le monde ou, de manière équivalente, transforme le monde dans le repère propre de la caméra.
- ▶ *Projection* : projette les points sur le plan image

▶ ...et un *viewport*

- ▶ Indique comment “mapper” le plan image de la caméra sur tableau de pixels



Caméra *pinhole*

► Projection orthogonale et perspective



Typiquement utile pour la conception (vue de dessus, de côté), mais aussi pour modéliser des sources lumineuses directionnelles comme le soleil.



$$\begin{bmatrix} \frac{f}{\text{aspect}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\text{near} + \text{far}}{\text{near} - \text{far}} & \frac{2\text{near}\text{far}}{\text{near} - \text{far}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

avec $f = \cotan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

Caméra pinhole

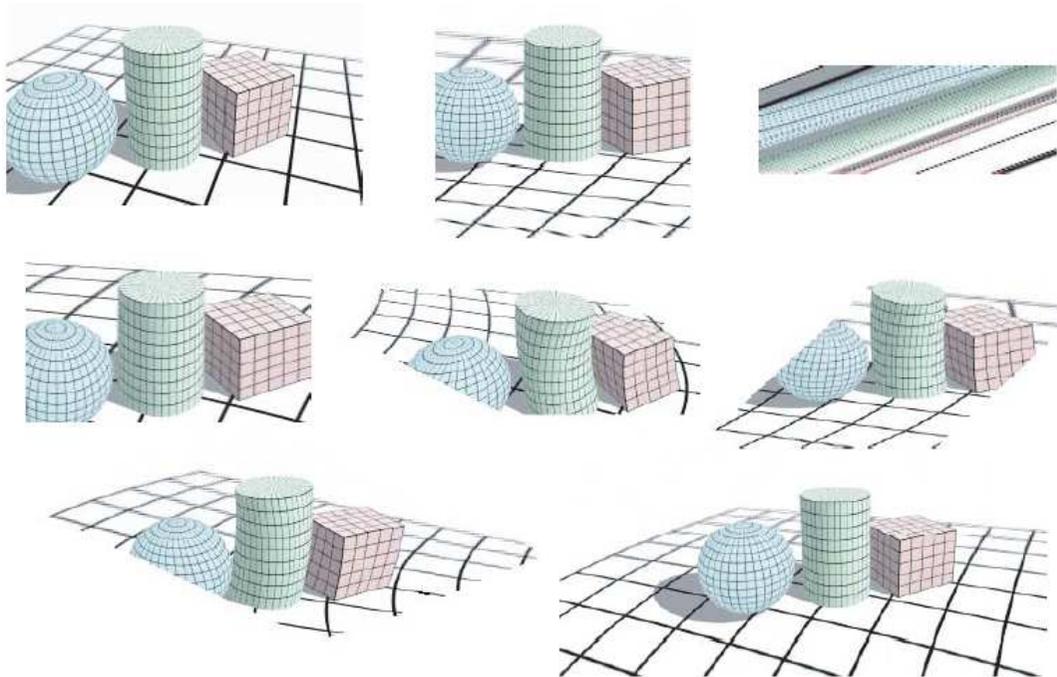
- ▶ C'est un modèle simple et pratique
- ▶ Ne simule pas les phénomènes optiques dus aux lentilles
 - ▶ pas de profondeur de champ
 - ▶ pas d'aberrations
- ▶ On peut les rajouter par des “post-traitements” image



http://www.linternaute.com/photo_numerique/dossier/aberrations/index.shtml

Caméra *pinhole*

- ▶ Appartient à une classe de caméra plus large



Yu, J. and L. McMillan. ECCV 2004
[General Linear Cameras.](#)



Yu, J. and L. McMillan. EGSR 2004
[A Framework for Multiperspective Rendering.](#)

Overview

- ▶ Représentation du monde
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ Obtention d'une image
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

Ray-tracing (1 / 3)

- ▶ **Pour chaque point P de l'écran**
 - ▶ tracer un rayon joignant l'oeil et P
 - ▶ intersecter ce rayon avec les triangles de la scène
 - ▶ calculer la couleur du point d'intersection I
 - ▶ lancer éventuellement des rayons secondaires depuis I
 - ▶ on y reviendra

Ray-tracing (2 / 3)

- ▶ **Calcul de l'intersection**

Fast, minimum storage ray/triangle intersection

Möller T., Trumbore B. Siggraph 2005 course

- ▶ de nombreuses méthodes
- ▶ faisable en parallèle
- ▶ utilisation de structures d'accélération

- ▶ **Généralisable à d'autres primitives**

- ▶ Quadriques (sphères, ellipsoïdes, cylindres, cônes)
- ▶ Grille régulière ou hiérarchiques

Ray-tracing (3 / 3)

- ▶ Proche du phénomène “physique”
- ▶ Nombreuses variantes & applications
 - ▶ *Ray-tracing*
 - ▶ *Path tracing*
 - ▶ *Photon mapping*
- ▶ Belles images mais coûteux



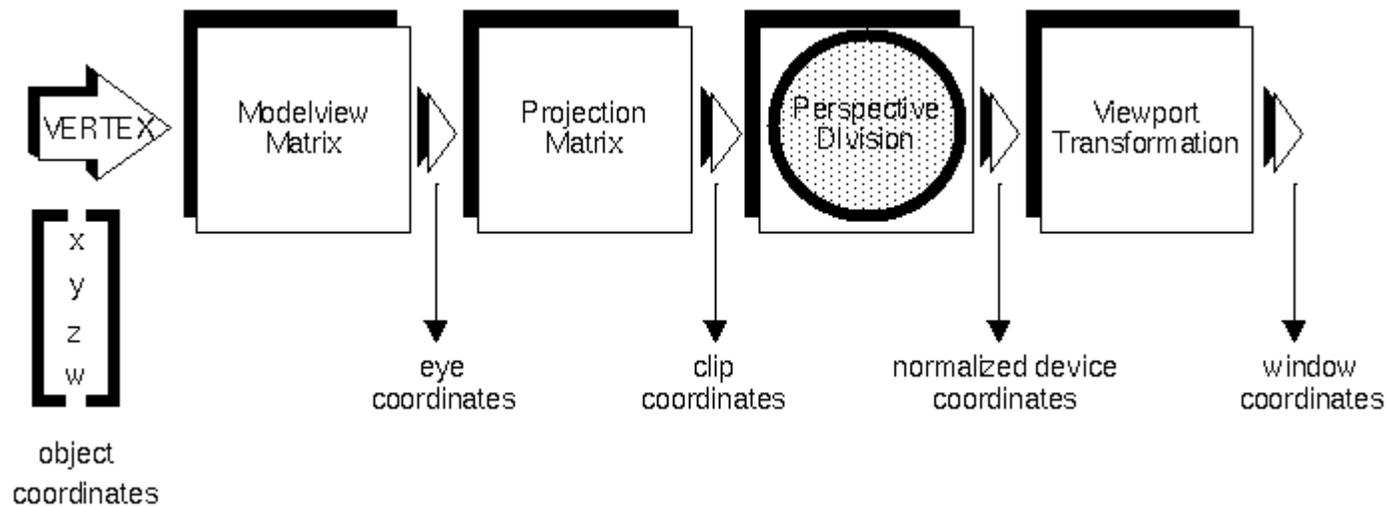
Rasterisation (1 / 3)

- ▶ **Pour chaque triangle**
 - ▶ on projette les sommets sur l'écran
 - ▶ on remplit l'intérieur du projeté
 - ▶ en chaque point, on garde la projection la plus proche

Rasterisation (2/3)

► Projection sur l'écran

- Position du sommet dans le monde
 - Position dans le repère caméra
 - Projection sur l'écran
 - Conversion en pixels
- duales , modélisé par une seule matrice : modelview*



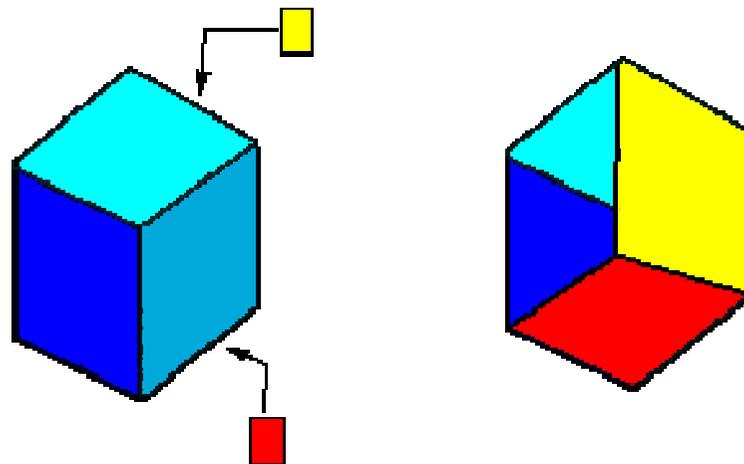
Rasterisation (3 / 3)

- ▶ Remplissage du projeté
 - ▶ Interpolation des attributs
 - ▶ Production d'une couleur (cf. plus tard)
 - ▶ Interpolation perspective

Rasterisation (3/3)

► Problème: élimination des faces cachées

<http://www.cosc.brocku.ca/Offerings/3P98/course/lectures/hiddenlines/>



Drawing faces in different orders

Rasterisation (3/3)

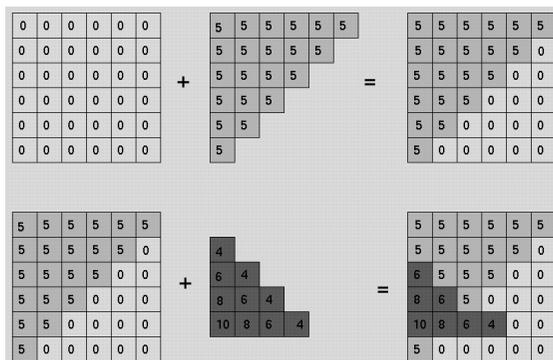
► Problème: élimination des faces cachées

<http://www.cosc.brocku.ca/Offerings/3P98/course/lectures/hiddenlines/>

► Solution: Z-Buffer et Z-test

► Principe:

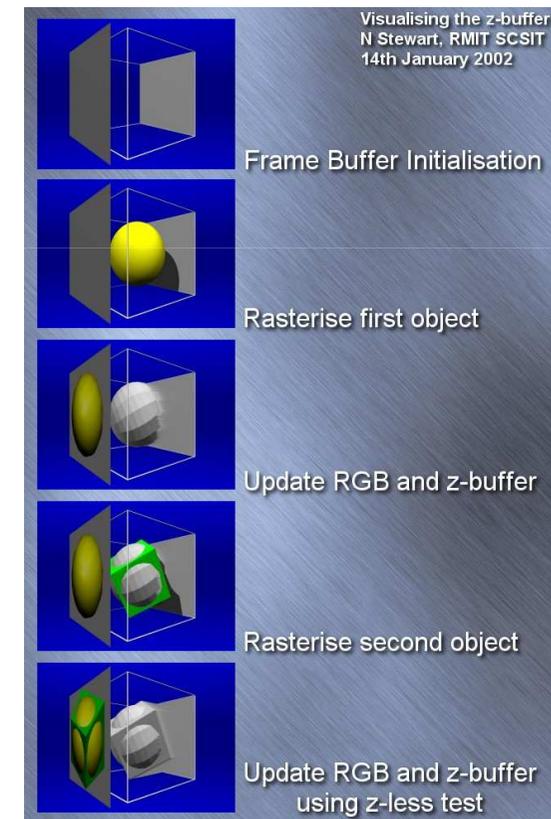
- stocker une couleur plus une distance à l'oeil
- comparer celles des fragments produits
- garder le plus proche



Principe du z-test

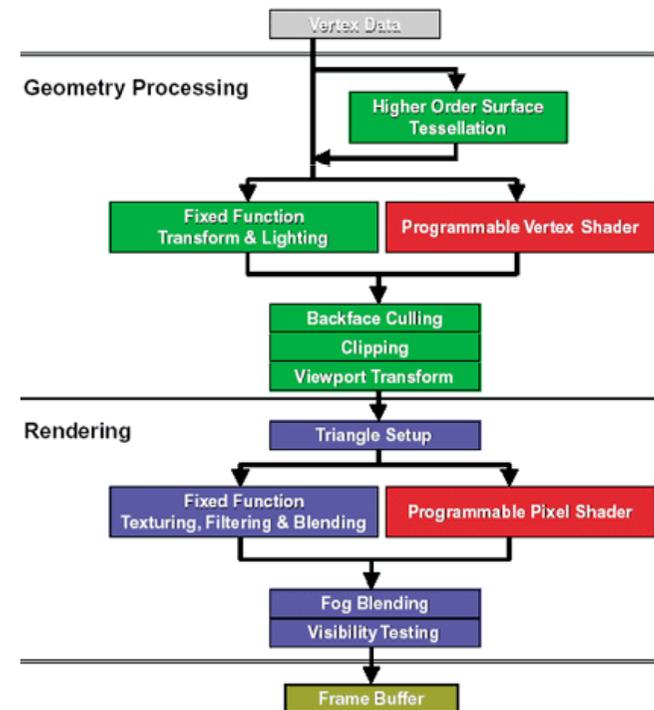


Visualisation d'un z-buffer



Conclusion

- ▶ On ne parlera que de rasterisation
- ▶ C'est très adapté aux cartes graphiques (aka GPU)
 - ▶ Pourquoi?
 - ▶ Comment marche une carte?
 - ▶ Transform & Lighting stage
 - ▶ Rasterisation
 - ▶ Framebuffer
 - ▶ Depth/Alpha/Scissor/Stencil Tests



Overview

- ▶ Représentation du monde
 - ▶ maillages
 - ▶ coordonnées homogènes
 - ▶ matrices de transformation

- ▶ Obtention d'une image
 - ▶ modèle de caméra
 - ▶ ray-tracing
 - ▶ rasterisation
 - ▶ découverte de l'API

API graphiques

- ▶ Permet d'envoyer des ordres à la carte
- ▶ Très proche du hard
- ▶ Deux grandes: DirectX OpenGL
- ▶ Un exemple vaut mieux qu'un long discours
 - ▶ spécifier un maillage en *direct mode*
 - ▶ instancier un objet
 - ▶ placer la caméra
- ▶ La suite en TD...

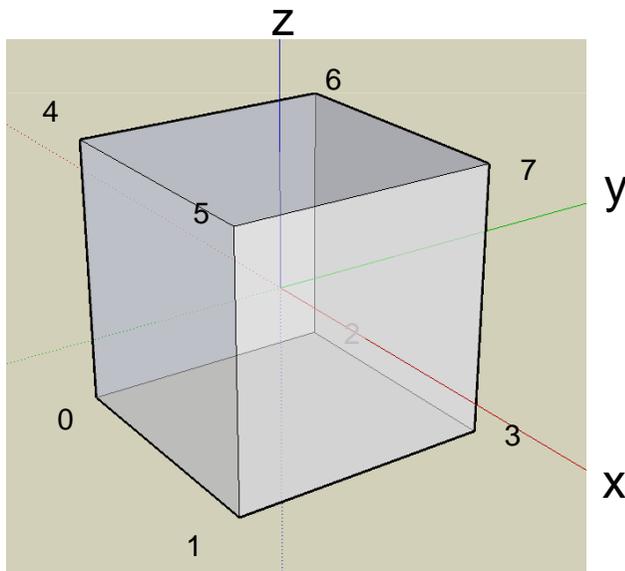
Retour sur les maillages

- ▶ **Considérations pratiques**
 - ▶ Stockage
 - ▶ Performance
 - ▶ Coût des traitements
 - ▶ Coûts des transferts CPU/GPU
- ▶ **Considérations théoriques**
 - ▶ Information non structurée
 - ▶ Forme mais pas topologie
- ▶ **On peut faire mieux que la soupe de triangles...**

Indexed Face Set (1/2)

► Principe

- Un tableau décrit les sommets (4 floats)
- Un tableau décrit les triangles reliant ces sommets (integers)



Vertices

#	X	Y	Z
0	-0.5	-0.5	-0.5
1	+0.5	-0.5	-0.5
2	-0.5	+0.5	-0.5
3	+0.5	+0.5	-0.5
4	-0.5	-0.5	+0.5
5	+0.5	-0.5	+0.5
6	-0.5	+0.5	+0.5
7	+0.5	+0.5	+0.5

Facets

v0	v1	v2	v3
0	2	6	4
1	3	7	5
0	1	5	4
2	3	7	6
0	1	3	2
4	5	7	6

Indexed Face Set (2/2)

▶ Avantages

▶ Diminue les coûts

▶ de stockage/transfert

$6 \times 4 \times (3 \text{ float}) = 288 \text{ bytes}$ soupe de triangles
 $8 \times (3 \text{ float}) + 6 \times 4 \text{ short int} = 120 \text{ bytes}$ *indexed face set*

▶ lors du traitement

8 sommets à "projeter" contre 24

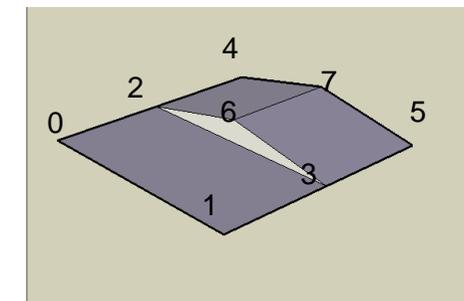
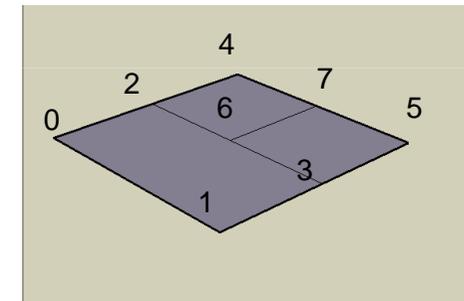
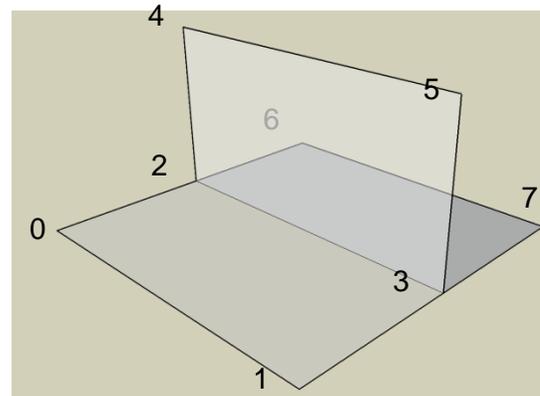
▶ Encode forme et topologie

▶ Inconvénients

▶ Pas de contraintes topologiques

▶ *non manifold*

▶ *T-vertices*



C'est fini pour aujourd'hui



C'est l'heure de la pause